

Wurzelziehen durch Iteration

Das Prinzip der Selbstenthaltung durch Iteration finden wir in den Kettenbrüchen.

Bsp: Berechne $\sqrt{2}$!

Überlegung: $1 < \sqrt{2} < 2$
weil $1^2 < 2 < 2^2$

Ansatz: $\sqrt{2} = 1 + e \quad | (\dots)^2$

eine kleine Zahl zwischen 0 und 1

$$2 = (1 + e)^2$$

$$= 1 + 2e + e^2 \quad | -1$$

$$1 = 2e + e^2$$

$$= e(2 + e) \quad | : (\dots)$$

$$\Rightarrow e = \frac{1}{2 + e}$$

Iteration

Am Anfang:

$$e = \frac{1}{2 + 0} = 0.5$$

0. Iteration

$$e = \frac{1}{2 + 0.5} = 0.4$$

1. Iteration

$$e = \frac{1}{2 + 0.4} = 0.4166\dots$$

2. Iteration

$$e = 0.4137\dots$$

3. Iteration

$$e = 0.4142\dots$$

4. Iteration

$$e = 0.4142\dots$$

5. Iteration

Wir verwenden jeweils das letzte Resultat für die nächste Iteration

$$\Rightarrow \underline{\underline{\sqrt{2} = 1.4142\dots}}$$