

# Lineare Funktionen

Eine Funktion ist eine Zuordnung. Ein Wert (abhängige Variable) wird einem anderen Wert (unabhängige Variable) zugeordnet. Bei **linearen Funktionen** ist diese Zuordnung durch folgende Gleichung gegeben.

$$y = m \cdot x + b$$

↑                      ↓  
abhängige Variable    unabhängige Variable

Steigung                      y-Achsenabschnitt

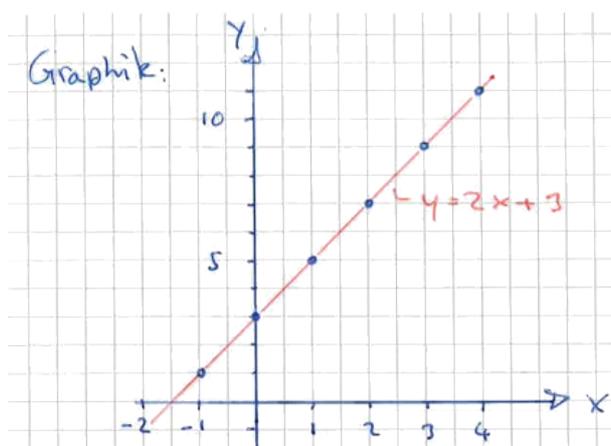
Die **Steigung** wird auch **Proportionalitätsfaktor** genannt. Sie gibt an, wie stark sich  $y$  in Abhängigkeit von  $x$  ändert. Der **y-Achsenabschnitt** ist eine Konstante, die hinzugezählt wird.

**Beispiel:** Gegeben die Funktionsgleichung  $y = 2x + 3$ . Wir wählen zunächst ein paar Werte für  $x$  und geben die entsprechenden  $y$ -Werte in einer Wertetabelle an.

Wertetabelle:

|   |   |   |   |    |   |    |    |
|---|---|---|---|----|---|----|----|
| x | 1 | 2 | 3 | 4  | 0 | -1 | -2 |
| y | 5 | 7 | 9 | 11 | 3 | 1  | -1 |

Anschliessend tragen wir die Werte in eine Graphik ein.



**Beispiel:** a) Ein Radfahrer fährt gemütlich seines Wegs. Die Zeit und die zurückgelegte Strecke können wir der Wertetabelle entnehmen.

Wertetabelle:

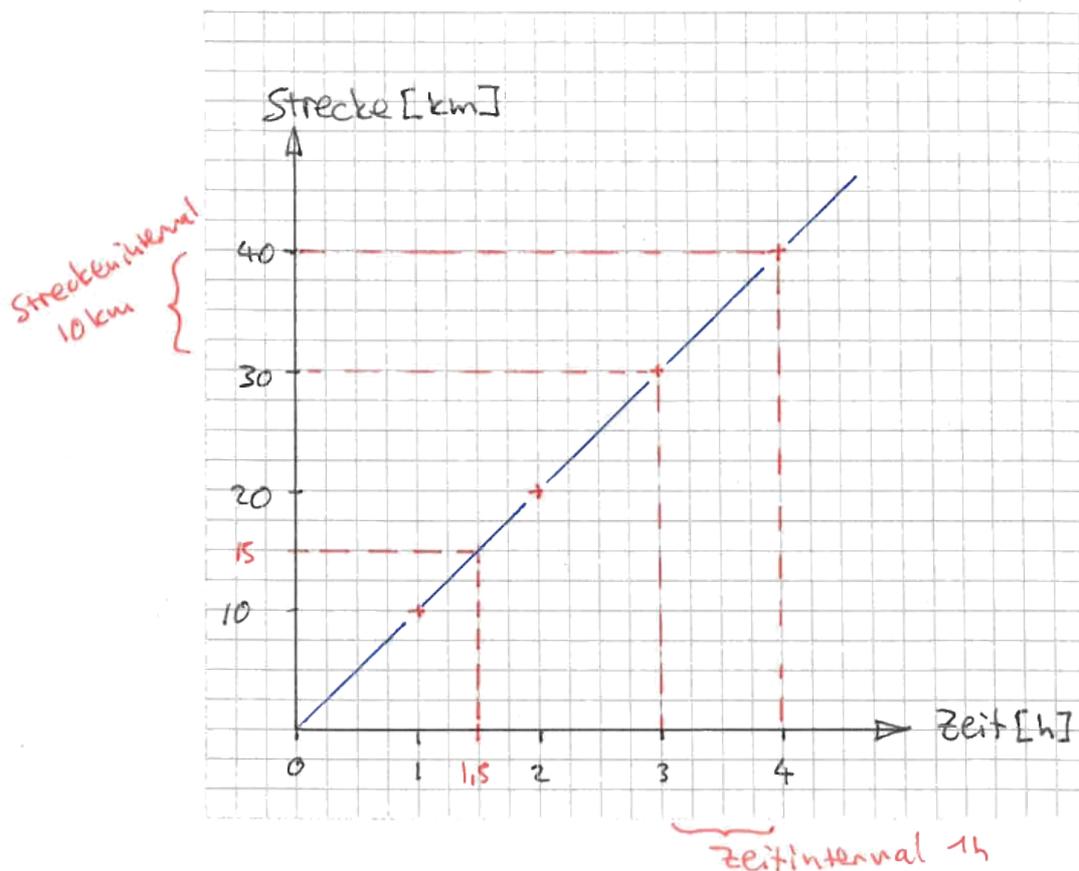
| Zeit | Strecke |
|------|---------|
| 0h   | 0 km    |
| 1h   | 10 km   |
| 2h   | 20 km   |
| 3h   | 30 km   |
| 4h   | 40 km   |

a) Wie weit ist er nach 1,5 h? 15 km

b) Wie weit kommt er pro Stunde? 10 km/h

Die zurückgelegte Strecke pro Zeit stellen wir in einer Graphik dar:

Graphik:



b) Ein Fussgänger läuft dieselbe Strecke, hat aber einen Vorsprung von 15 km.

Werttabelle:

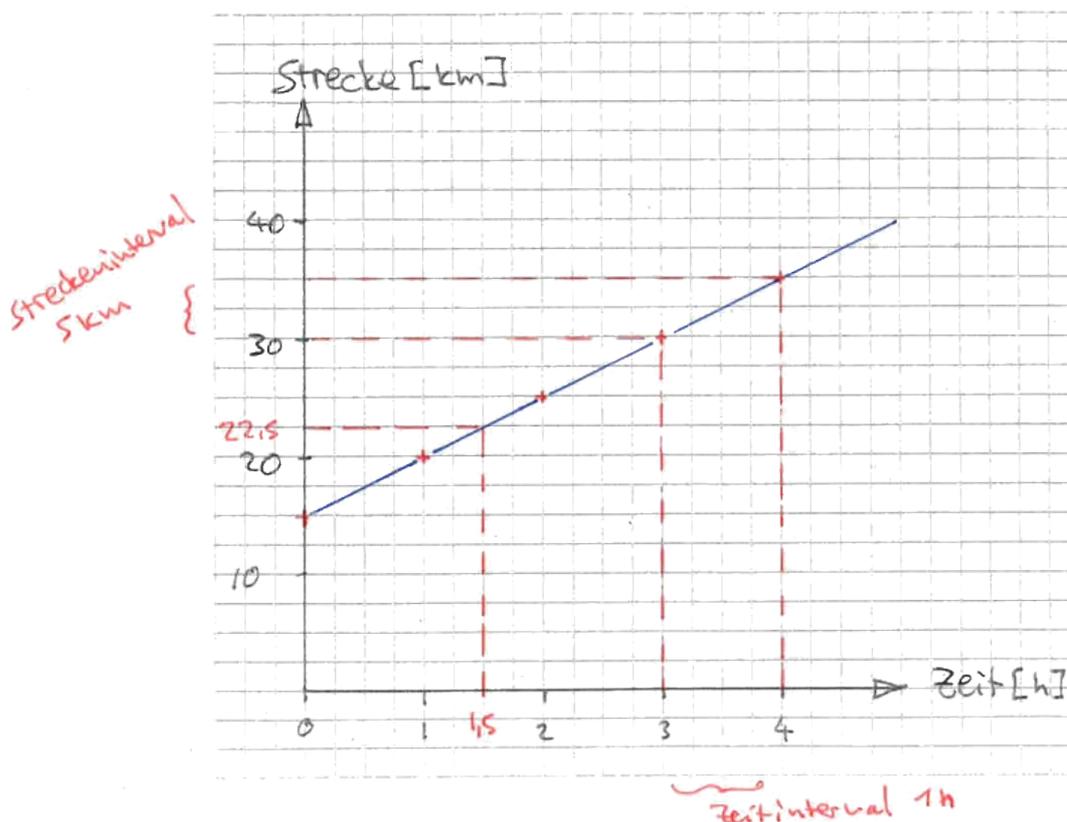
| Zeit | Strecke |
|------|---------|
| 0h   | 15 km   |
| 1h   | 20 km   |
| 2h   | 25 km   |
| 3h   | 30 km   |
| 4h   | 35 km   |

a) Wo befindet er sich nach 1.5 h? 22.5 km

b) Wie weit kommt er pro Stunde? 5 km/h

Die zurückgelegte Strecke pro Zeit stellen wir in einer Graphik dar:

Graphik:



c) Ein Radfahrer wartet  $\frac{3}{4}$  h und fährt dann den beiden anderen hinterher.

Wertetabelle:

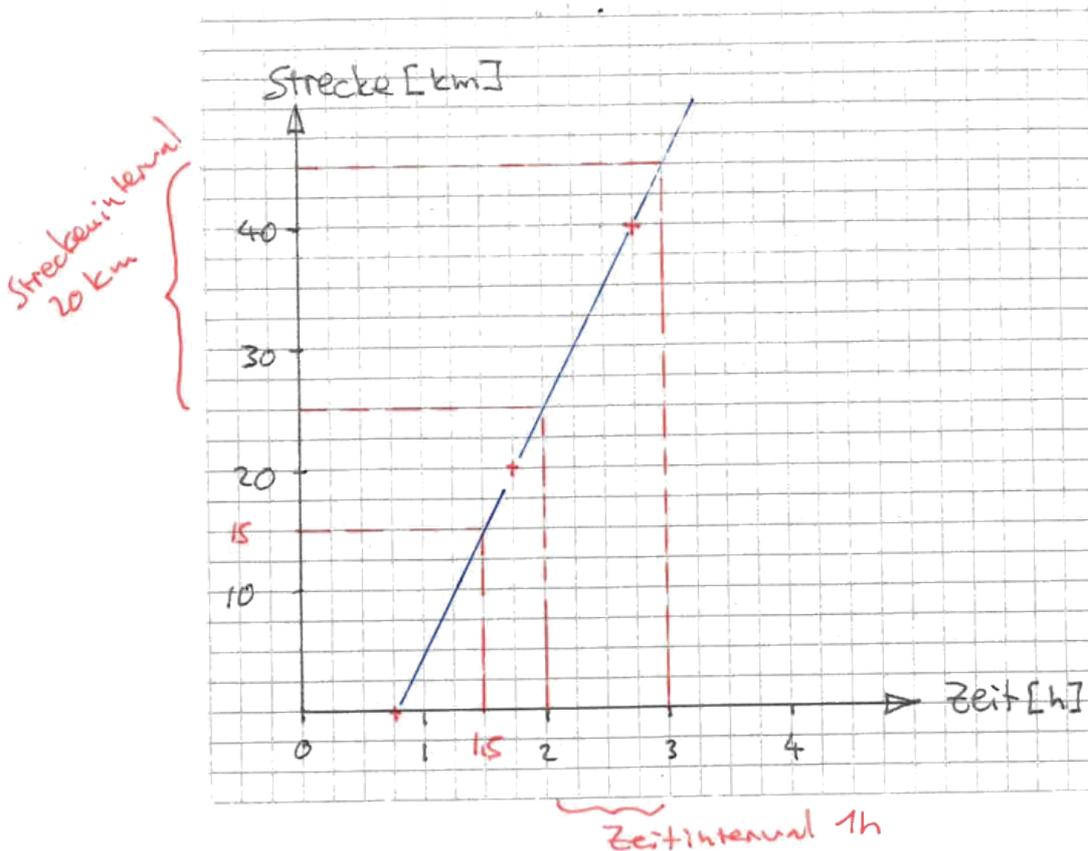
| Zeit             | Strecke |
|------------------|---------|
| $\frac{3}{4}$ h  | 0 km    |
| $1\frac{3}{4}$ h | 20 km   |
| $2\frac{3}{4}$ h | 40 km   |
| $3\frac{3}{4}$ h | 60 km   |

a) Wo befindet er sich nach 1.5 h? 15 km

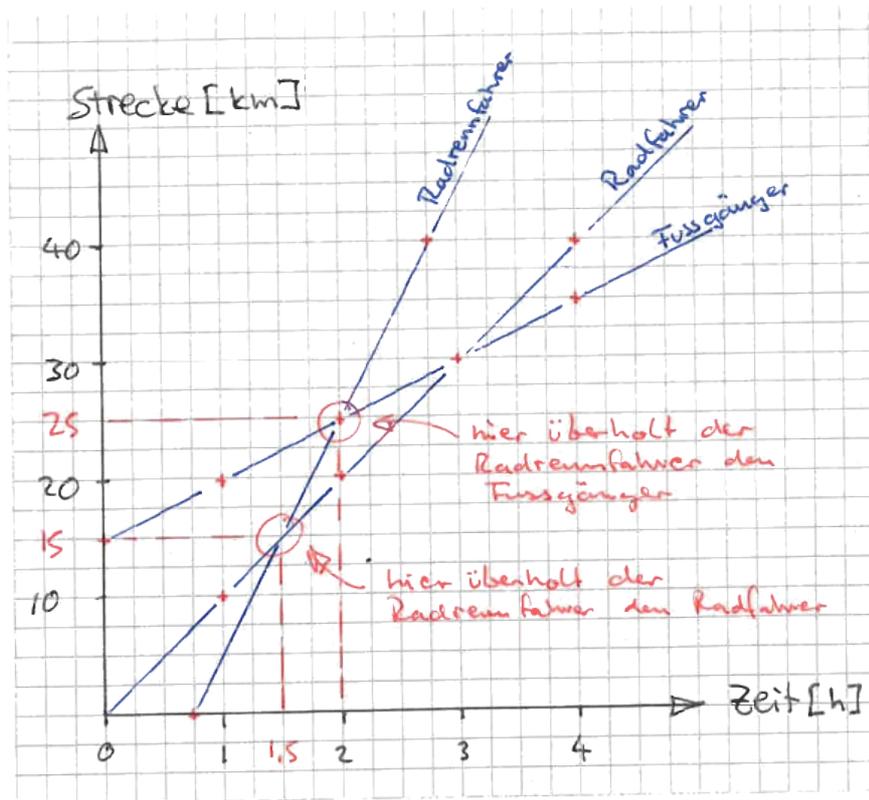
b) wie weit kommt er pro Stunde? 20 km/h

Die zurückgelegte Strecke pro Zeit stellen wir in einer Graphik dar:

Graphik:



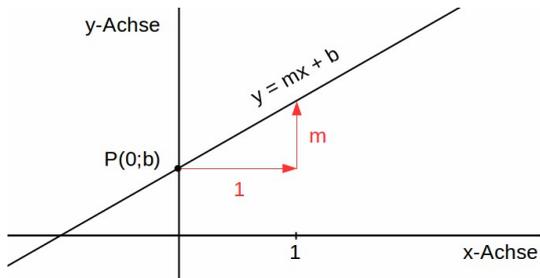
d) Wir zeichnen alle Verläufe aus a), b) und c) in eine Graphik.



Wir sehen nun, wann und wo der erste Radfahrer den Fußgänger überholt (3 h, 25 km), bzw. der zweite Radfahrer den ersten Radfahrer (1.5 h, 15 km) und den Fußgänger (3 h, 30 km) überholt.

# Lineare Funktionen darstellen

Funktionen  $f(x) = y$ , mit Funktionsgleichungen wie  $y = 2x - 3$ , oder allgemein  $y = mx + b$ , heißen **lineare Funktionen**.



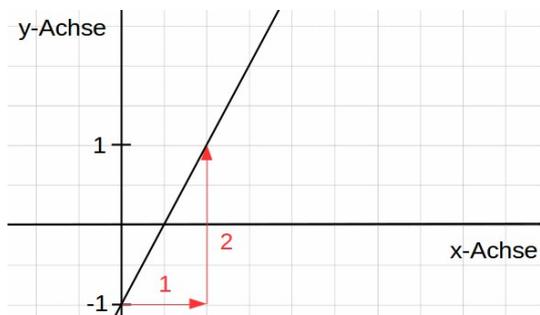
Der Graph einer linearen Funktion ist eine Gerade. Sie geht durch den Punkt  $P(0; b)$  und hat die Steigung  $m$ .  $b$  gibt den Achsenabschnitt auf der  $y$ -Achse (Ordinatenabschnitt) an. Die Gerade ..

- .. steigt, falls  $m > 0$ ;
- .. fällt, falls  $m < 0$ ;
- .. verläuft parallel zur  $x$ -Achse, falls  $m = 0$ .

Zeichne den Graphen einer linearen Funktion mit Hilfe von **Steigung  $m$**  und  **$y$ -Achsenabschnitt  $b$** !

**1. Fall:** Die Steigung ist positiv ( $m > 0$ )

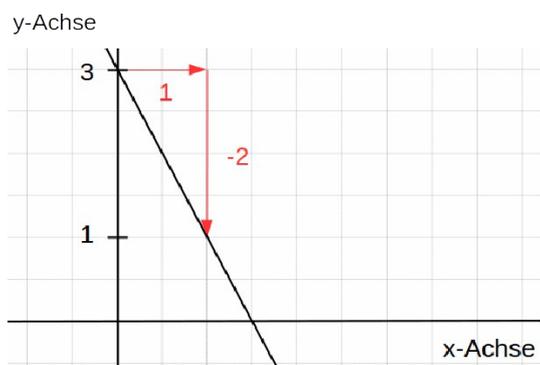
Beispiel:  $y = 2x - 1$



- (1) Markiere auf der  $y$ -Achse die Stelle  $-1$ .
- (2) Gehe von dieser Stelle um  $1$  nach rechts und dann um  $2$  nach **oben**.

**2. Fall:** Die Steigung ist negativ ( $m < 0$ )

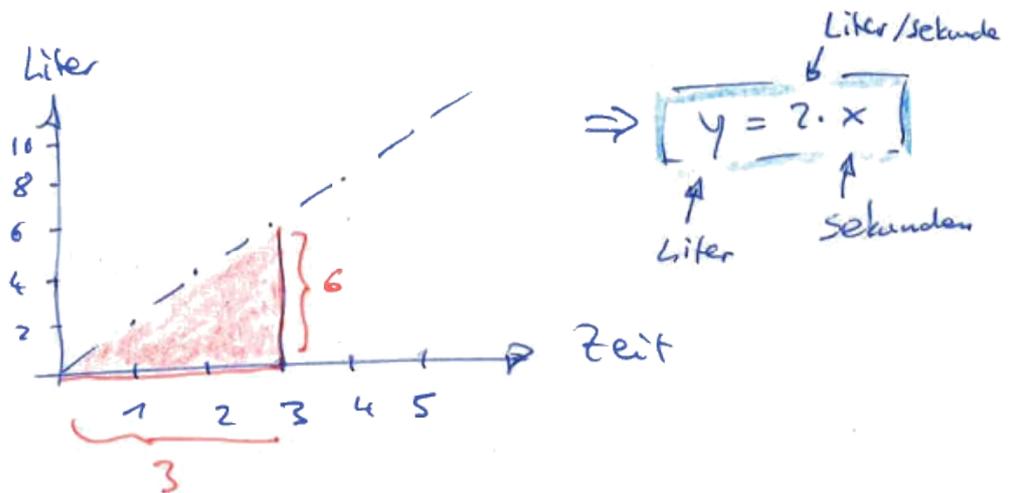
Beispiel:  $y = -2x + 3$



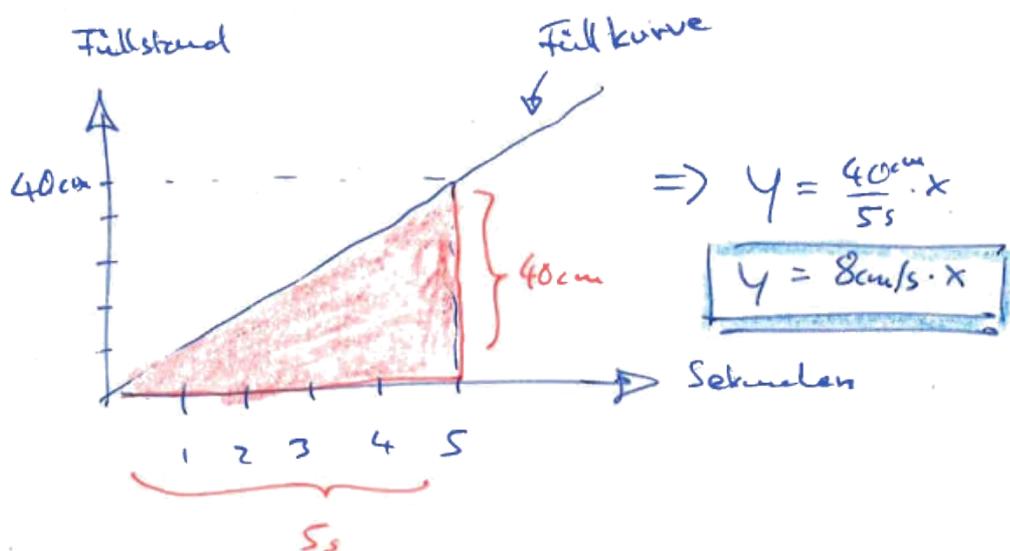
- (1) Markiere auf der  $y$ -Achse die Stelle  $3$ .
- (2) Gehe von dieser Stelle um  $1$  nach rechts und dann um  $2$  nach **unten**.

## Anwendungsbeispiele

**Beispiel:** Ein Wasserhahn wird geöffnet; es fließen 2 Liter/s. Zeichne den Graph und gib die Funktionsgleichung an.



**Beispiel:** Ein Eimer wird unter den Wasserhahn gestellt. Er fasst 10 L und ist 40 cm hoch. Wie schnell steigt der Wasserstand?



**Beispiel:** Mit dem Wasserhahn wird eine 100-Liter Tank gefüllt, der 1.2 m hoch ist. Zu Beginn sind bereits 20 Liter im Tank. Zeichne den Graph und gib die Funktionsgleichung an.

