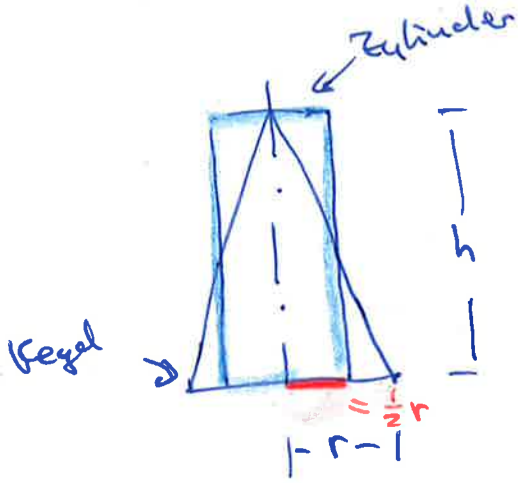
Kegelvolumen

Wir versuchen, das Kegelvolumen näherungsweise zu berechnen.

1. Näherung: Das Kegelvolumen wird durch einen halb so breiten Zylinder genähert

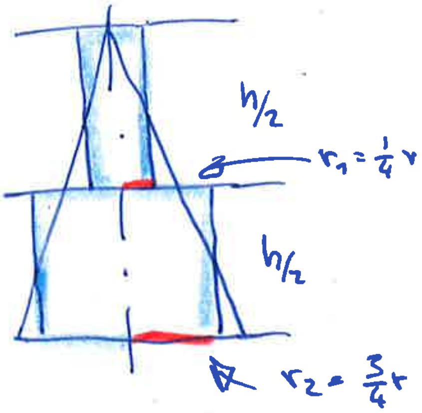


$$V_{Kegel} \approx \left(\tfrac{1}{2}r\right)^2 \cdot \pi \cdot h$$

$$= \frac{1}{4}\underbrace{r^2 \cdot \pi \cdot h}_{= V_{Zyl}}$$

$$= \frac{1}{4} \cdot V_{Zyl}$$

2. Näherung: Das Kegelvolumen wird durch 2 Zylinder genähert.



$$V_{Kegel} \approx \left(\tfrac{1}{4}r\right)^2 \cdot \pi \cdot \frac{h}{2} + \left(\tfrac{3}{4}r\right)^2 \cdot \pi \cdot \frac{h}{2}$$

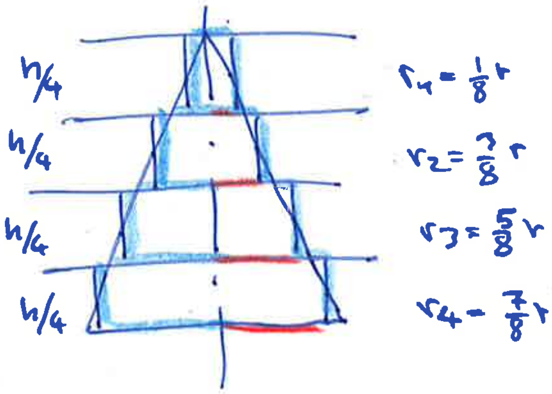
$$= \frac{r^2}{16} \cdot \pi \cdot \frac{h}{2} + \frac{9}{16} r^2 \cdot \pi \cdot \frac{h}{2}$$

$$= \left(\frac{1}{16} \cdot \frac{1}{2} + \frac{9}{16} \cdot \frac{1}{2}\right) \cdot r^2 \cdot \pi \cdot h$$

$$= \frac{10}{32} \cdot \underbrace{r^2 \cdot \pi \cdot h}_{= V_{Zyl}}$$

$$= \frac{1}{3.2} \cdot V_{Zyl}$$

3. Näherung: Das Kegelvolumen wird durch 4 Zylinder genähert.



$$V_{Kegel} \approx \left(\tfrac{1}{8} r\right)^2 \cdot \pi \cdot \tfrac{h}{4} + \left(\tfrac{3}{8} r\right)^2 \cdot \pi \cdot \tfrac{h}{4} + \left(\tfrac{5}{8} r\right)^2 \cdot \pi \cdot \tfrac{h}{4} + \left(\tfrac{7}{8} r\right)^2 \cdot \pi \cdot \tfrac{h}{4}$$

$$= \left(\tfrac{1}{64} \cdot \tfrac{1}{4} + \tfrac{9}{64} \cdot \tfrac{1}{4} + \tfrac{25}{64} \cdot \tfrac{1}{4} + \tfrac{49}{64} \cdot \tfrac{1}{4}\right) r^2 \cdot \pi \cdot h$$

$$= \frac{21}{64} \underbrace{r^2 \cdot \pi \cdot h}_{= V_{Zyl}}$$

$$= \frac{1}{3.05} \cdot V_{Zyl}$$

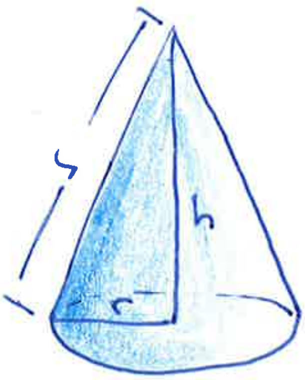
⋮

Bei weiterer Verfeinerung wird man feststellen, dass der Proportionsfaktor gegen $\frac{1}{3}$ konvergiert.

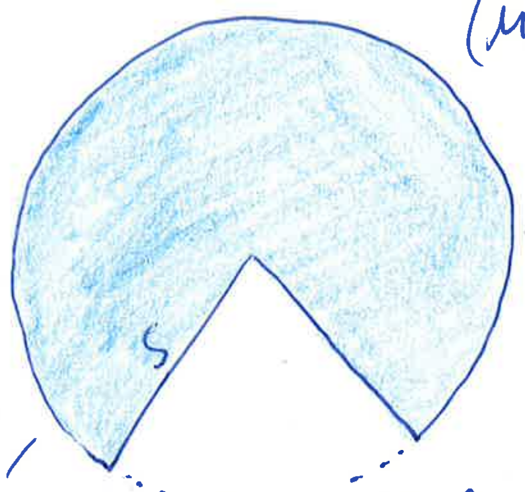
$$\Rightarrow \boxed{V_{Kegel} = \frac{1}{3} V_{Zyl}}$$

Mantelfläche des Kegels

(Mantelfläche)



$\Rightarrow$



Randlinie $= 2 \cdot r \cdot \pi$ (Umfang des Kegels)

$s^2 = r^2 + h^2$

Randlinie zu gesamtem Kreis

$$M = s^2 \cdot \pi \cdot \frac{2 \cdot r \cdot \pi}{2 \cdot s \cdot \pi}$$

$$= \underline{\underline{s \cdot \pi \cdot r}}$$

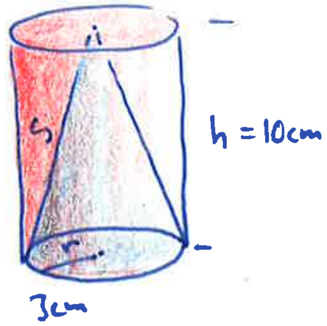
Oberfläche des Kegels

$$O = \text{Grundfläche} + M$$

$$= r^2 \cdot \pi + s \cdot \pi \cdot r$$

$$= \underline{\underline{r \cdot \pi \cdot (r + s)}}$$

Bsp.:



$$\boxed{V_{Zyl} = r^2 \cdot \pi \cdot h}$$
$$= 3^2 \cdot \pi \cdot 10$$
$$= 90 \cdot \pi$$
$$= \underline{\underline{282{,}74\ cm^3}}$$

$$\boxed{V_{Kegel} = \frac{1}{3} \cdot V_{Zyl}}$$
$$= \frac{1}{3} \cdot 282{,}74$$
$$= \underline{\underline{94{,}25\ cm^3}}$$

$$\boxed{M_{Kegel} = s \cdot \pi \cdot r} \quad ; \quad s = \sqrt{r^2 + h^2}$$
$$= \sqrt{3^2 + 10^2}$$
$$= \sqrt{9 + 100}$$
$$= \underline{\underline{10{,}44\ cm}}$$

$$M_{Kegel} = 10{,}44 \cdot \pi \cdot 3$$
$$= 31{,}32 \cdot \pi$$
$$= \underline{\underline{98{,}40\ cm^2}}$$

$$\boxed{O_{Kegel} = M_{Kegel} + r^2 \cdot \pi}$$
$$= 98{,}40 + 9 \cdot \pi$$
$$= \underline{\underline{126{,}67\ cm^2}}$$