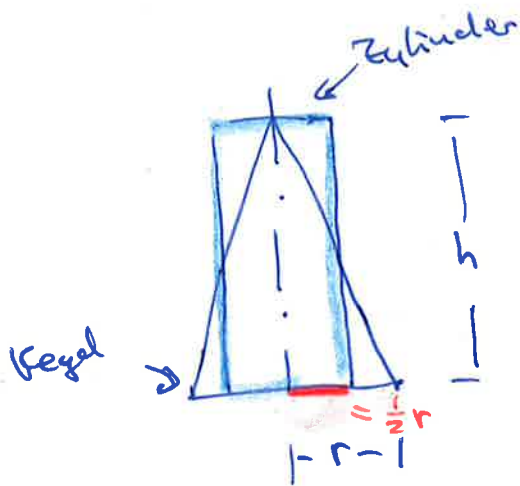


# Kegelvolumen

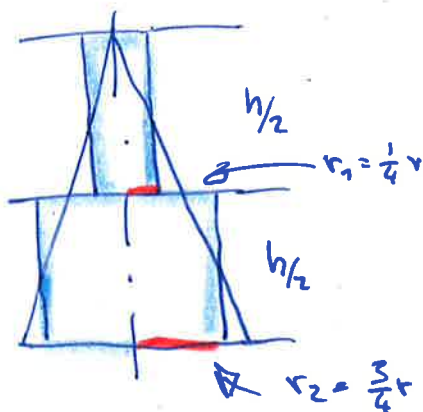
Wir versuchen, das Kegelvolumen näherungsweise zu berechnen.

1. Näherung: Das Kegelvolumen wird durch einen halb so breiten Zylinder genähert



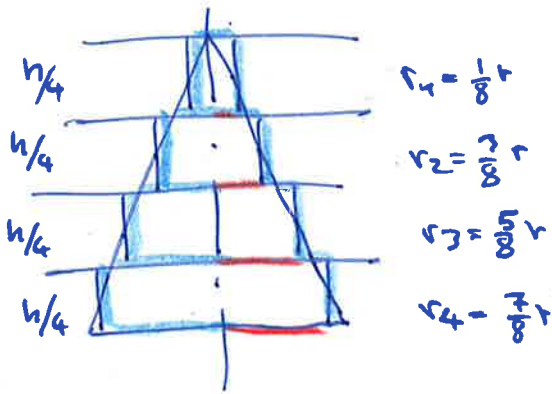
$$\begin{aligned}
 V_{\text{Kegel}} &\approx \left(\frac{1}{2}r\right)^2 \cdot \pi \cdot h \\
 &= \frac{1}{4} \pi r^2 \cdot h = V_{\text{Zyl}} \\
 &= \frac{1}{4} \cdot V_{\text{Zyl}}
 \end{aligned}$$

2. Näherung: Das Kegelvolumen wird durch 2 Zylinder genähert.



$$\begin{aligned}
 V_{\text{Kegel}} &\approx \left(\frac{1}{4}r\right)^2 \cdot \pi \cdot \frac{h}{2} + \left(\frac{3}{4}r\right)^2 \cdot \pi \cdot \frac{h}{2} \\
 &= \frac{r^2}{16} \cdot \pi \cdot \frac{h}{2} + \frac{9}{16} r^2 \cdot \pi \cdot \frac{h}{2} \\
 &= \left(\frac{1}{16} \cdot \frac{1}{2} + \frac{9}{16} \cdot \frac{1}{2}\right) \cdot r^2 \cdot \pi \cdot h \\
 &= \frac{10}{32} \cdot r^2 \cdot \pi \cdot h = V_{\text{Zyl}} \\
 &= \frac{1}{3.2} \cdot V_{\text{Zyl}}
 \end{aligned}$$

3. Näherung: Das Kegelvolumen wird durch 4 Zylinder genähert.



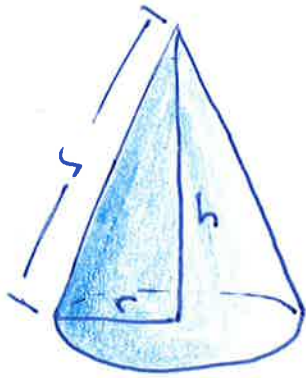
$$\begin{aligned}
 V_{\text{kegel}} &\approx \left(\frac{1}{8}r\right)^2 \cdot \pi \cdot \frac{h}{4} + \left(\frac{3}{8}r\right)^2 \cdot \pi \cdot \frac{h}{4} + \left(\frac{5}{8}r\right)^2 \cdot \pi \cdot \frac{h}{4} \\
 &\quad + \left(\frac{7}{8}r\right)^2 \cdot \pi \cdot \frac{h}{4} \\
 &= \left(\frac{1}{64} \frac{1}{4} + \frac{9}{64} \cdot \frac{1}{4} + \frac{25}{64} \cdot \frac{1}{4} + \frac{49}{64} \cdot \frac{1}{4}\right) \pi \cdot h \\
 &= \frac{21}{64} \cdot \pi \cdot h = V_{\text{Zyl}} \\
 &= \frac{1}{3.05} \cdot V_{\text{Zyl}}
 \end{aligned}$$

⋮

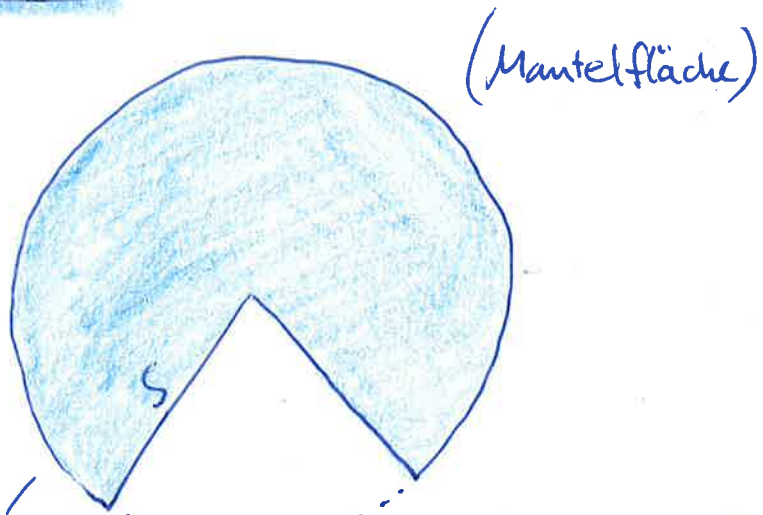
Bei weiterer Verfeinerung wird man feststellen, dass der Proportionsfaktor gegen  $\frac{1}{3}$  konvergiert.

$$\Rightarrow \boxed{V_{\text{kegel}} = \frac{1}{3} V_{\text{Zyl}}}$$

## Mantelfläche des Kegels



$$s^2 = r^2 + h^2$$



Randlinie =  $2 \cdot r \cdot \pi$  (Umfang des Kegels)

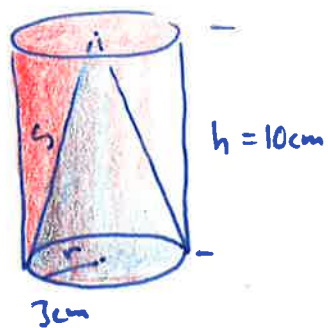
$$\begin{aligned} M &= s^2 \cdot \pi \cdot \frac{2 \cdot r \cdot \pi}{2 \cdot s \cdot \pi} \\ &= \underline{\underline{s \cdot \pi \cdot r}} \end{aligned}$$

*Handwritten notes in red:*  
- "Randlinie" with an arrow pointing to the top fraction  $\frac{2 \cdot r \cdot \pi}{2 \cdot s \cdot \pi}$ .  
- "zu" with an arrow pointing to the bottom fraction  $2 \cdot s \cdot \pi$ .  
- "gesamtem Kreis" with an arrow pointing to the bottom fraction  $2 \cdot s \cdot \pi$ .

## Oberfläche des Kegels

$$\begin{aligned} O &= \text{Grundfläche} + M \\ &= r^2 \cdot \pi + s \cdot \pi \cdot r \\ &= \underline{\underline{r \cdot \pi \cdot (r + s)}} \end{aligned}$$

Dsp.:



$$\begin{aligned} V_{\text{Zyl}} &= r^2 \cdot \pi \cdot h \\ &= 3^2 \cdot \pi \cdot 10 \\ &= 90 \cdot \pi \\ &= \underline{\underline{282,74 \text{ cm}^3}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} V_{\text{Kegel}} &= \frac{1}{3} \cdot V_{\text{Zyl}} \\ &= \frac{1}{3} \cdot 282,74 \\ &= \underline{\underline{94,25 \text{ cm}^3}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} M_{\text{Kegel}} &= s \cdot \pi \cdot r \\ &= 10,44 \cdot \pi \cdot 3 \\ &= 31,32 \cdot \pi \\ &= \underline{\underline{98,40 \text{ cm}^2}} \end{aligned} \quad ; \quad \begin{aligned} s &= \sqrt{r^2 + h^2} \\ &= \sqrt{3^2 + 10^2} \\ &= \sqrt{9 + 100} \\ &= \underline{\underline{10,44 \text{ cm}}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} O_{\text{Kegel}} &= M_{\text{Kegel}} + r^2 \cdot \pi \\ &= 98,40 + 9 \cdot \pi \\ &= \underline{\underline{126,67 \text{ cm}^2}} \end{aligned}$$