Stichprobe

Die Stichprobe ist ein Begriff aus der Statistik. Unter einer Stichprobe versteht man den ausgewählten Teil einer gesamten Menge. Über die Stichprobe versucht man Rückschlüsse auf die gesamte Menge zu ziehen. Die Stichprobe ist also ein Experiment. Man unterscheidet verschiedene Arten von Stichproben.

(1) Geordnete Stichprobe mit Zurücklegen

Es werden ein paar Elemente ausgewählt, die Reihenfolge spielt eine Rolle **und** nach jeder Ziehung wird zurückgelegt.

Beispiel: Dreimal Würfeln, denn es stehen bei jedem Mal Würfeln die gleichen 6 Zahlen zur Auswahl.

Überlegung: Das Ereignis setzt sich aus 3 unabhängigen Teilversuchen zusammen, daher gilt die Produktregel.

1. Wurf 2. Wurf 3. Wurf

$$6 \cdot 6 \cdot 6 = \underline{\underline{216}} \text{ Möglichkeiten}$$

Allgemein: Für k unabhängige Versuch mit n möglichen Resultaten gilt nach der Produktregel:

$$N = n^k$$

n: mögliche Resultate

k: Anzahl Wiederholungen des Experiments

Für unser Beispiel gilt demnach:

$$N = 6^3 = 6 \cdot 6 \cdot 6 = \underline{\underline{216}}$$

(2) Geordnete Stichprobe ohne Zurücklegen

Es werden ein paar Elemente ausgewählt. Die Reihenfolge spielt eine Rolle.

Beispiel: Aus den Ziffern 1 bis 9 eine dreistellige Zahl bilden, denn jede Ziffer steht nur einmal zur Verfügung.

Überlegung: Es gilt dieselbe Überlegeung wie bei der Permutation, aber wir wählen nur einen Teil der Elemente aus (in unserm Fall 3). D.h., für die 1. Ziffer gibt es 9 Möglichkeiten, für die 2. Ziffer gibt es noch 8 Möglichkeiten und für die 3. Ziffer verbleiben 7 Möglichkeiten.

für die 1. Ziffer 9 Möglichkeiten

für die 3. Ziffer 7 Möglichkeiten

$$9 \cdot 8 \cdot 7 = \underline{\underline{504}} \text{ Möglichkeiten}$$

für die 2. Ziffer 8 Möglichkeiten

Allgemein: Man nennt dies **Variation** von n Elementen zur k-ten Klasse

$$V_n(k) = \frac{n!}{(n-k)!}$$

n: Anzahl Elemente
k: gezogene Elemente

Mit den Zahlen aus dem Beispiel erhalten wir:

$$V_9(3) = \frac{9!}{(9-3)!} = \frac{9\cdot8\cdot7\cdot6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}{6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1} = \underline{\underline{504}}$$

(3) Ungeordnete Stichprobe ohne Zurücklegen

Es werden ein paar Elemente ausgewählt. Die Reihenfolge spielt **keine** Rolle.

Beispiel: Die 6 aus 42 Gewinnzahlen des Swiss Lotto ziehen, denn jede Zahl kommt nur einmal vor und die Reihenfolge der Ziehung spielt keine Rolle.

Überlegung: Dieselbe Überlegung wie bei der geordneten Stichprobe. Da aber die Reihenfolge keine Rolle spielt, verringert sich die Anzahl Möglichkeiten um die Vertauschung der gezogenen Gewinnzahlen.

$$\frac{\overbrace{42\cdot41\cdot40\cdot39\cdot38\cdot37}^{\text{für die 1. Zahl 42 Mögl, für die 2. Zahl 41 Mögl, ...}}}{\underbrace{6\cdot5\cdot4\cdot3\cdot2\cdot1}_{\text{da die Reihenfolge keine Rolle spielt, reduziert sich die Anzahl Möglichkeiten um die Permutation der 6 Gewinnzahlen}}} = \underline{\underline{5'245'786}} \text{ Mögl.}$$

Allgemein: Man nennt dies **Kombination** von n Elementen zur k-ten Klasse.

$$K_n(k) = \frac{n!}{k!\,(n-k)!}$$

n: Anzahl Elemente
k: gezogene Elemente

Mit den Zahlen aus dem Beispiel erhalten wir:

$$K_{42}(6) = \frac{42!}{6!\,(42-6)!} = \underline{\underline{5'245'786}}$$